PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY

Próbny arkusz maturalny z przedmiotu matematyka został opracowany w oparciu o materiały publikowane na stronie OKE/CKE

CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Instrukcja dla zdającego

1. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1-5) zaznacz na karcie odpowiedzi. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone.
2. W zadaniu 6 wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Równanie $||x-4|-2|=2$ ma dokładnie

A. dwa rozwiązania rzeczywiste.
B. jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C. cztery rozwiązania rzeczywiste.
D. trzy rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\log_4 25+\log_2 10$ jest równa

A. $\log_2 15$ **B.** $\log_2 50$ **C.** $\log_2 210$ **D.** $\log_2 635$

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sin^2 75°-\cos^2 75°$ jest równa

A. $-\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 4. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{x}{2x-8}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x\neq 4$. Wówczas pochodna tej funkcji dla argumentu $x=\sqrt{2}+4$ jest równa

A. $-\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}$ **C.** -1 **D.** $2\sqrt{2}$

Zadanie 5. (0–1)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny, w którym iloraz jest trzy razy większy od pierwszego wyrazu, a suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa $\frac{1}{4}$. Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

A. $\frac{3}{7}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** $\frac{7}{3}$ **D.** 7

BRUDNOPIS ***(nie podlega ocenie)***

Zadanie 6. (0–2)

Funkcja kwadratowa $f(x) = -x^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = -1$ i $x_2 = 12$. Oblicz największą wartość tej funkcji. Zakoduj kolejno, od lewej do prawej, cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

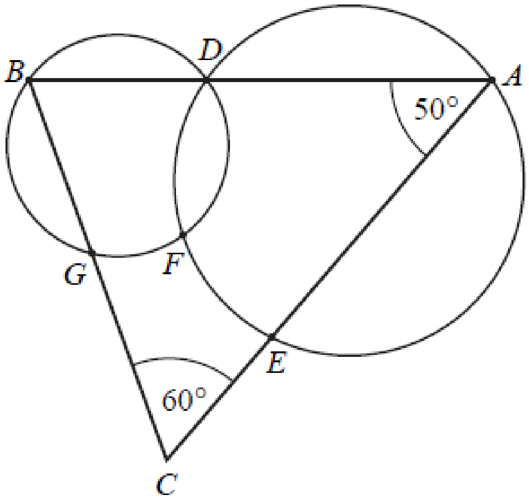
Zadanie 7. (0–3)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$5x^2 + y^2 - 4xy + 6x + 9 \geq 0 .$$

Zadanie 8. (0–3)

W trójkącie ABC kąt wewnętrzny przy wierzchołku A ma miarę $50°$, a kąt wewnętrzny przy wierzchołku C ma miarę $60°$. Okrąg o_1 przechodzi przez punkt A i przecina boki AB i AC trójkąta odpowiednio w punktach D i E. Okrąg o_2 przechodzi przez punkt B, przecina okrąg o_1 w punkcie D oraz w punkcie F leżącym wewnątrz trójkąta ABC. Ponadto okrąg o_2 przecina bok BC trójkąta w punkcie G.



Udowodnij, że na czworokącie $CEFG$ można opisać okrąg.

Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż nierówność $|x^2 - 3x + 2| \geq |x - 1|$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 10. (0–5)

Ciąg (a_n) jest arytmetyczny, a ciąg (b_n) jest geometryczny. Pierwszy wyraz a_1 ciągu arytmetycznego jest ilorazem ciągu geometrycznego (b_n). Wyrazy ciągu (a_n) są liczbami całkowitymi, a suma ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 124. Natomiast pierwszy wyraz b_1 ciągu geometrycznego jest różnicą ciągu arytmetycznego (a_n). Suma dwóch pierwszych wyrazów ciągu geometrycznego (b_n) jest równa 18. Wyznacz te ciągi.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $\left(4\sin^2 x - 1\right) \cdot \sin x = \cos^2 x - 3\sin^2 x$, dla $x \in \left(-\pi, 0\right)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 12. (0–5)

Prosta l, na której leży punkt $P=(8, 2)$, tworzy z dodatnimi półosiami układu współrzędnych trójkąt prostokątny o polu równym 36. Wyznacz równanie prostej l.

Odpowiedź: ....

Zadanie 13. (0–6)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=\frac{m^2+m-6}{m-5}x^2-(m-2)x+m-5$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz całkowite wartości parametru m, dla których funkcja f przyjmuje wartość największą i ma dwa różne miejsca zerowe o jednakowych znakach.

Odpowiedź: ....

Zadanie 14. (0–6)

Trapez równoramienny $ABCD$ o ramieniu długości 6 wpisany jest w okrąg, przy czym dłuższa podstawa AB trapezu, o długości 12, jest średnicą tego okręgu. Przekątne AC i BD trapezu przecinają się w punkcie P. Oblicz pole koła wpisanego w trójkąt ABP.

Odpowiedź: ....

Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany o objętości 8, których stosunek długości dwóch krawędzi wychodzących z tego samego wierzchołka jest równy $1:2$ oraz suma długości wszystkich dwunastu krawędzi jest mniejsza od 28. Wyznacz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jako funkcję długości jednej z jego krawędzi. Wyznacz dziedzinę tej funkcji. Oblicz wymiary tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze.

Odpowiedź: ....

Karta odpowiedzi:

Numer zadania	Udzielone odpowiedzi				Liczba uzyskanych punktów
1	A	B	C	D	
2	A	B	C	D	
3	A	B	C	D	
4	A	B	C	D	
5	A	B	C	D	

Numer zadania	Odpowiedź			Liczba uzyskanych punktów
6				

Numer zadania	Liczba uzyskanych punktów
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

Łączna liczba punktów	